V Суперфлуидност

(A) Разређени Бозе гас – Богољубовљево решење

(1) $a \ll \left(\frac{V}{N}\right)^{1/3}$, није само теоријски концепт (BEC)

$\Rightarrow$ (2) $\sim$ идеални Бозе гас али колико?

Л.Л.: $\hat{a}_0^+ \hat{a}_0 \sim N_0 \gg 1$

$$\hat{a}_0 \hat{a}_0^+ = \hat{a}_0^+ \hat{a}_0 + \overset{\to 0}{1} \Rightarrow a_0 = \sqrt{N_0}$$

Кохерентна стања: $\hat{a}_0 |N_0, \dots\rangle = \sqrt{N_0} |N_0, \dots\rangle$

$$\hat{H} - \mu \hat{N} = \sum_k \left(\frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m} - \mu\right) a_k^+ a_k + \frac{\lambda}{2V} \sum_{\substack{k_1+k_2\\=k_3+k_4}} a_{k_4}^+ a_{k_3}^+ a_{k_2} a_{k_1}$$

користимо $\hat{a}_0 \approx \sqrt{N_0}$ или потпростор $\hat{a}_0 |N_0, \dots\rangle = \sqrt{N_0} |N_0, \dots\rangle$

$$\hat{\Omega} = \frac{\lambda N_0^2}{2V} - \mu N_0 + \sum_{k \neq 0} \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu\right) a_k^+ a_k$$

$$+ \frac{\lambda}{2V} \Big\{ 4 N_0 \sum_{k \neq 0} a_k^+ a_k + N_0 \sum_{k \neq 0} (a_k^+ a_{-k}^+ + a_{-k} a_k) +$$

развој где нема чланова $\sim N_0 \sqrt{N_0}$ јер одржање импулса забрањује

$$\Omega_0 = \frac{\lambda N_0^2}{2V} - \mu N_0 \qquad \frac{\partial \Omega_0}{\partial N_0} = 0 \Rightarrow \mu = \lambda \rho_0$$

$$\hat{\Omega} - \Omega_0 = \sum_{k\neq 0} (\epsilon(k) + \mu) a_k^+ a_k + \frac{\mu}{2} \sum_{k\neq 0} (a_k^+ a_{-k}^+ + a_{-k} a_k)$$

канонска трансформација: $b_k, b_k^+ \;:\; [b_k, b_k^+] = 1$

$$a_k = b_k \cosh\theta_k + b_{-k}^+ \sinh\theta_k \qquad \theta_k = \theta_{-k}$$

$$\Rightarrow \quad a_k^+ = b_k^+ \cosh\theta_k + b_{-k} \sinh\theta_k \qquad \left(\begin{bmatrix} a_k \\ a_{-k}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh\theta_k & \sinh\theta_k \\ \sinh\theta_k & \cosh\theta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_k \\ b_{-k}^+ \end{bmatrix} \right)$$

$\longrightarrow$ инверзна трансф.

$\longrightarrow$

$$\delta\hat{\Omega} = (\quad) b^+ b + \underbrace{(\quad)}_{0} (b^+ b^+ + bb)$$

$\overset{\shortparallel}{0}$! услов дијагонализације $\Rightarrow$

$\longrightarrow$

$$\delta\hat{\Omega} = \sum_k E_k b_k^+ b_k$$

где $E_k = \sqrt{(\epsilon_k + \mu)^2 - \mu^2}$, $\tanh 2\theta = -\dfrac{\mu}{\epsilon(k) + \mu}$

$$|\vec{k}| \sim 0 \qquad E_k \approx \sqrt{\frac{\lambda}{m}\rho_0}\, |\vec{k}| \sim |\vec{k}| \; !$$

(1). $\lambda \to 0 \quad \theta \to 0 \quad b_k \to a_k$

ексцитације ближе једночестичним (али ипак $|\vec{k}| \to 0 \;\; E_{|\vec{k}|} \sim |\vec{k}|$)

(2). $E_k \sim |\vec{k}|$ је Голдстонова мода, звучни талас

(3). ексцитације су ближе таласу густине за λ јаче:

$$\Rightarrow \quad b_k^+ \sim \rho_k = \sqrt{N_0}\,(a_k^+ + a_{-k})$$

Бoгољубов развој на $\rho_k = \sum_q a_{q+k}^+ a_q$

(4) за $|\vec{k}|$ велико $E_k \sim \epsilon(k)$

(Б) Спонтано нарушене симетрије и параметар уређена

- зашто је потребан лимит $N \to \infty$
- да би увели параметар уређена који је нећи за ^4He и BEC

(а) $U(1)$ симетрија везана за одржане броја честица:

$\hat{N}$ је генератор: $e^{i\alpha\hat{N}}$, $\alpha = [0, 2\pi]$.

$$\Rightarrow_{(1)} e^{i\alpha\hat{N}} a e^{-i\alpha\hat{N}} = e^{-i\alpha} a, \quad a^+ \to e^{i\alpha} a^+$$

$$H \sim \overbrace{a^+ \cdots a^+}^{n} \overset{=}{\vphantom{a}} \overbrace{a \cdots a}^{n} \Rightarrow [\hat{H}, \hat{N}] = 0$$

коначан систем без размене честица, $|\Psi_0\rangle$ - основно стање $\to$

$$(2) \quad e^{i\alpha\hat{N}} |\Psi_0\rangle = e^{i\alpha N} |\Psi_0\rangle$$

$$\langle\Psi_0|\hat{\varphi}(x)|\Psi_0\rangle \xrightarrow{U(1)} \underbrace{e^{-i\alpha}\langle\Psi_0|\hat{\varphi}(x)|\Psi_0\rangle}_{(1)} = \underbrace{\langle\Psi_0|\hat{\varphi}(x)|\Psi_0\rangle}_{(2)}$$

$$\Rightarrow \langle\Psi_0|\hat{\varphi}(x)|\Psi_0\rangle = 0$$

(б) систем са бесконачним степеном слободе (може бити у стању $N \sim \infty$)

само један ниво $\epsilon_p = 0$: a_0^+, V - запремина,

ϕ - комплексан број;

кохерентно стање: $|\phi\rangle = e^{-\frac{1}{2}V|\phi|^2} e^{\sqrt{V}\phi a_0^+} |0\rangle$

(1) $a_0|\phi\rangle = \sqrt{V}\phi|\phi\rangle$

$$\left(a_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\sqrt{V}\phi)^n}{n!} (a_0^+)^n |0\rangle = \sqrt{V}\phi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{V}\phi)^{n-1}}{(n-1)!} (a_0^+)^{n-1} |0\rangle \right)$$

(2) $e^{i\alpha\hat{N}}|\phi\rangle = |e^{i\varphi}\phi\rangle$

(3) $|\langle\phi'|\phi\rangle|^2 = e^{-V|\phi'-\phi|^2}$

(в) – $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$, $[\hat{H},\hat{N}] = 0$

– $N \to \infty$, $V \to \infty$ канонски ~ велики канонски

$|\Psi_0\rangle$ може да буде „кохерентно стање": макроскопска попуњеност стања $\vec{p}=0$ је описана са $|\phi\rangle$

$$|\Psi_0\rangle = |\phi\rangle_V = e^{-\frac{1}{2}V|\phi|^2} e^{\sqrt{V}\phi a_0^+} |\{\vec{p}\neq 0\}\rangle$$

нема a_0^+
(вакуум за $\vec{p}=0$)

(1) $a_0|\phi\rangle_V = \sqrt{V}\phi|\phi\rangle_V$

(2) $e^{i\alpha\hat{N}}|\phi\rangle_V = |\tilde{\phi}\rangle_V' = |e^{i\alpha}\phi\rangle_V = e^{-\frac{1}{2}V|\tilde{\phi}|^2} e^{\sqrt{V}\tilde{\phi}a_0^+} \underbrace{|\{\vec{p}\neq 0\}'\rangle}_{= e^{i\alpha\hat{N}}|\{\vec{p}\neq 0\}\rangle}$

$\tilde{\phi} = e^{i\alpha}\phi$

⇒ ако је $|\phi\rangle_V$ eigen-стање онда је и $|\tilde{\phi}\rangle_V'$ (јер $[\hat{H},\hat{N}]=0$) у коме $\tilde{\phi} = e^{i\alpha}\phi$

(3) $|{}_V\langle\phi'|\phi\rangle_V|^2 = e^{-V|\phi'-\phi|^2} |\langle\{\vec{p}\neq 0\}'|\{\vec{p}\neq 0\}\rangle|^2$

⇒ два eigen-стања повезана дејством $e^{i\alpha\hat{N}}$ у термодинамичком лимиту ($V\to\infty$) су ортогонална

$|\Psi_0\rangle = |\Phi\rangle_V$ где $\Phi = \sqrt{n_0}\, e^{i\varphi}$ $\Longrightarrow$

$$\langle \Psi_0|\hat{\varphi}(\vec{x})|\Psi_0\rangle = {}_V\langle\Phi|\hat{\varphi}(\vec{x})|\Phi\rangle_V =$$

$$\doteq {}_V\langle\Phi| \frac{a_0}{\sqrt{V}} + \cdots |\Phi\rangle_V = \sqrt{n_0}\, e^{i\varphi} \qquad (\sim \langle \vec{S}\rangle)$$

допринос делова са $\hat{a}_k$, $k \neq 0$, је нула због одржања импулса

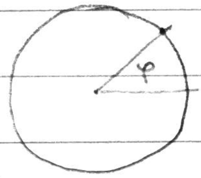
$\Longrightarrow$

(1) у основном стању $|\Psi_0\rangle$, $U(1)$ симетрија је нарушена.

(2) $\langle\Psi_0'|\Psi_0\rangle = {}_V\langle\Phi'|\Phi\rangle_V = 0$ ако $\phi \neq \phi'$ у термодинамичком лимиту

$\rightarrow$ нема могућности тунелирања између основних стања или рестаурирања симетрије.

$\Longrightarrow$ $\vec{n} = (\cos\varphi, \sin\varphi)$ фиксирано



(3) Уопштење $\langle\Psi_0|\hat{\varphi}(\vec{x})|\Psi_0\rangle = \sqrt{n_0}\, e^{i\varphi}$ на нехомогене системе даје параметар уређења за Бозе системе где постоји макроскопска окупираност најнижег нивоа = Комплексна функција коју називамо и макроскопска таласна функција.
Такав параметар уређења постоји и у суперпроводним системима и аналогон је $\langle\vec{M}(\vec{x},t)\rangle$ у магнетима итд.

(4) Параметар уређења је користан теоријски концепт за опис фаза и фазних прелаза: Ландау опис фазних прелаза, Гинзбург - Ландау опис суперпроводника, Грос - Питаевски једначина.

(B) Грос-Питаевски једначина

– у општем случају:

$$\langle \Psi_0 | \hat{\varphi}(\vec{x}) | \Psi_0 \rangle = \Phi(\vec{x}, t)$$

у Хајзенберговој слици

$$\langle \Psi_0 |_H \, \hat{\varphi}_H(\vec{x}, t) | \Psi_0 \rangle_H = \Phi(\vec{x}, t)$$

$$\left[\hat{\varphi}_H(\vec{x}, t), \hat{H}\right] = i\hbar \frac{\partial \hat{\varphi}_H(\vec{x}, t)}{\partial t} =$$

$$\left[-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}^2}{2m} + V_{ext}(\vec{r}, t) + \int d^3\vec{y} \, V(\vec{x} - \vec{y}) \, \hat{\varphi}^+_H(\vec{y}, t) \, \hat{\varphi}_H(\vec{y}, t)\right] \hat{\varphi}_H(\vec{x}, t)$$

разређени Бозе гас,

Богољубовљев прилаз:

$$\hat{\varphi}_H(\vec{x}, t) = \underbrace{\Phi(\vec{x}, t)}_{\text{опис кондензата}} + \underbrace{\hat{\varphi}'_H(\vec{x}, t)}_{\text{мала поправка}}$$

1. $\hat{\varphi}_H(\vec{x}, t) \to \Phi(\vec{x}, t)$

2. $V(\vec{x} - \vec{y}) \to g\,\delta(\vec{x} - \vec{y}), \quad g = \dfrac{4\pi\hbar^2 a}{m}$

$$\Rightarrow \quad i\hbar \frac{\partial \Phi(\vec{x}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}^2}{2m} + V_{ext} + g\,|\Phi(\vec{x}, t)|^2\right] \Phi(\vec{x}, t)$$

$V_{ext} = 0 \qquad \Phi = \sqrt{n_0}\, e^{-i\mu t}$ – униформно решење са $\mu = g n_0$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{x}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}^2}{2m} + g\left(|\Psi|^2 - n_0\right)\right] \Psi(\vec{x}, t)$$

(Г) Фонони (таласи густине)

- јако-интерагујући Бозе систем: много судара ($\vec{p} \neq 0$ удео значајан)

- разматрајмо прво на класичан начин:

  - хидродинамички прилаз: претпоставка континуума (за течност или гас иако садржe дискретне честице)

    $\rightarrow \quad \rho(x), \vec{v}(\vec{x})$

  - посматрамо систем у t_h, $t_h \gg t_{eq.}$ - карактеристично време да би се сударима дефинисале локалне величине $\rho(x), \vec{v}(\vec{x})$,..

$$\rho(x) = \sum_{\vec{k}} \rho_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$\boxed{\text{таласи густине}}$: (природни, очекивани таласи) $\quad \ddot{\rho}_k = -\omega_k^2 \rho_k$ $\quad$ хармонијске осцилације $\rho_k \sim x$

- квантизујемо осцилације.

$$\rightarrow \quad \cancel{E \sim kT \rightarrow 0} \quad \text{него} \quad E_{min} = \frac{\hbar\omega_k}{2}$$

(zero-point energy)

$$\Rightarrow \quad \Psi_0 \sim e^{-\sum_k \frac{|\rho_k|^2}{2\omega_k}} \leftarrow \text{допринос основном стању од фонона}$$

$\rightarrow$ прво ексцитовано $\rightarrow$

$$\rho_k \Psi_0 \leftarrow \text{микрофизика}$$

Feynman-ов опис (пробна функција) за ексцитације ^4He

где $\rho_k = \sum_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i}$ $\quad \left(\rho(r) = \sum_i \delta^3(\vec{r} - \vec{r}_i) \right)$

$$E_{exc} = \frac{\langle \Psi_0 | \rho_{-k} (\hat{H} - E_0) \rho_k | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \rho_{-k} \rho_k | \Psi_0 \rangle} = \frac{f(k)}{N\, s(k)}$$

претпоставимо симетрију на $\vec{k} \to -\vec{k}$

$$f(\vec{k}) = \frac{\left(\langle \Psi_0 | \rho_{-k} (\hat{H} - E_0) \rho_k | \Psi_0 \rangle + \langle \Psi_0 | \rho_k (\hat{H} - E_0) \rho_{-k} | \Psi_0 \rangle \right)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left(\langle \Psi_0 | \rho_{-k} [\hat{H}, \rho_k] | \Psi_0 \rangle - \langle \Psi_0 | [\hat{H}, \hat{\rho}_k] \hat{\rho}_{-k} | \Psi_0 \rangle \right)$$

$$= \frac{1}{2} \langle \Psi_0 | [\hat{\rho}_{-k}, [\hat{H}, \hat{\rho}_k]] | \Psi_0 \rangle = N \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m}$$

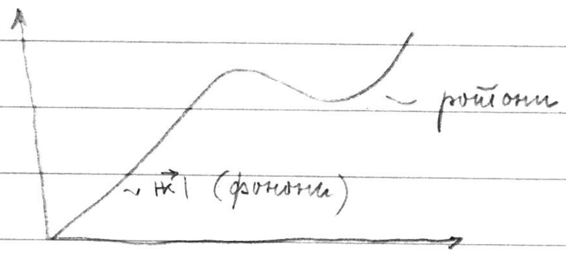
у првој квантизацији ($\rho_{\vec{k}} = \sum_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i}$)

$$[\rho_{-k}, [\vec{p}^2, \rho_k]] = 2 (\hbar \vec{k})^2 N$$

$$E_{exc} = \frac{\hbar^2 \vec{k}^2}{2m\, S(\vec{k})}$$

фактор статичке структуре – везан за радијалну дистрибуцију функцију $g(|\vec{r}|)$

exp



аналитички можемо да применимо Богољубов прилаз за ниске енергије

$$s(\vec{k}) = \frac{1}{N} \sum_{q,q'} \langle \Psi_0 | a^\dagger_{q-k} a_q a^\dagger_{q'+k} a_{q'} | \Psi_0 \rangle = \frac{N_0}{N} \frac{\epsilon(k)}{E(k)}$$

→ иста Голдстонова мода $\sim |\vec{k}|$

→ иста физичка фаза BEC, ^4He

(Д) Суперфлуидност

(а) је протицање без губитка кинетичке енергије, без трења, са нула вискозности (трења међу слојевима течности)

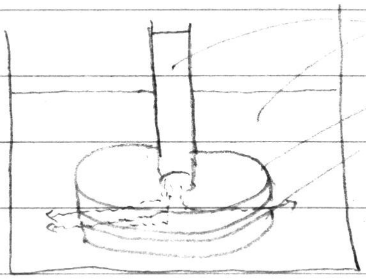
(1) неопходан услов је Бозе кондензат ($\vec{p} = 0$ за систем у миру)

– бозони теже да буду у једном стању али да ли је то довољно за ригидност (опирање променама

– није довољно – идеалан Бозе гас није суперфлуид

потребне су и интеракције које доводе до колективних ексцитација и ригидност се приписује чињеници да би покренули систем треба да покренемо сваку честицу (нема једночестичних ексцитација као у идеалном Бозе гасу, Ферми течности)

Капица експеримент



два стаклена диска са малим простором између (где тече ^{4}He)

– мери се време да се нивои у посуди и стакленој цеви изједначе

$T > T_c$ време ~ min

$T < T_c$ време ~ sec

из експеримената:

$T = 0 \quad \rho_s = \rho_0 + \rho_{\vec{p} \neq 0} = \rho$

$T > 0 \quad \rho = \rho_s + \rho_n$ од фонона (нормални део)

опис на начин две течности: манифестација други звук: $\delta\rho = 0$

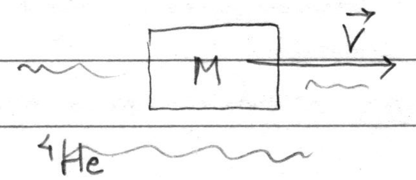
$\delta\rho_s = -\delta\rho_n$ („таласи ентропије" јер ентропија суперфлуидног дела је 0)

– ρ_s није параметар уређења = одговор на промену фазе

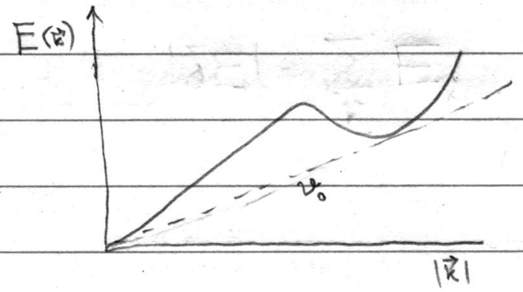
Описује колико је тешко променити фазу.

– ако је систем ригидан очекивали би $\Delta E \neq 0$ (без енергетског процепа) али суперфлуидност постоји и упркос $\Delta E = 0$ $\Rightarrow$

(2) Ландау критеријум за СФ



$$\underbrace{\delta E = \frac{(M\vec{V} + \delta\vec{k})^2}{2M} - \frac{M\vec{V}^2}{2}}_{\text{губитак кинетичке енергије}} \approx \vec{V}\,\delta\vec{k}$$



$$v_0 = \min\left\{\frac{E(\vec{k})}{|\vec{k}|}\right\}$$

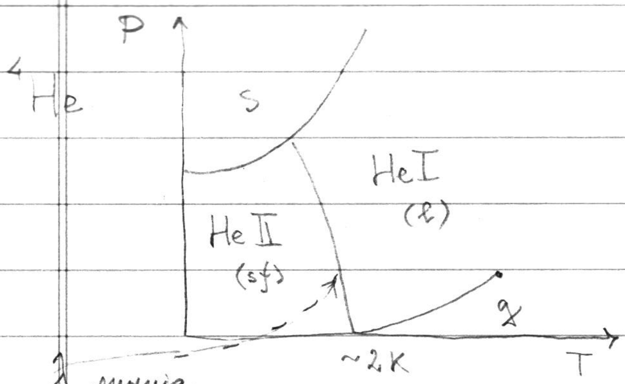
$$|\delta E| = \sum_{\vec{k}_i} E(\vec{k}_i) \geq v_0 \sum_{\vec{k}_i} |\vec{k}_i| \geq v_0 \left|\sum_{\vec{k}_i} \vec{k}_i\right| = v_0 |\delta\vec{k}|$$

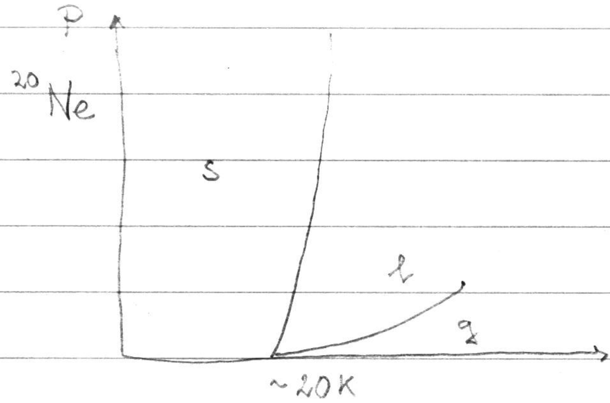
$$\Rightarrow \quad |\vec{V}|\,|\delta\vec{k}|\,|\cos(\delta\vec{k},\vec{V})| \geq v_0 |\delta\vec{k}| \quad \Big\{ \text{ако се пренос догодио}$$

– $|\vec{V}| \to 0$ нема преноса и када $|\cos(\delta\vec{k},\vec{V})| = 1$
(максимум леве стране)

→ зато критична брзина $|\vec{V}_{cr}| = v_0$

– стварна критична брзина је нижа због вортексних ексцитација б) Зашто баш ^4He ?

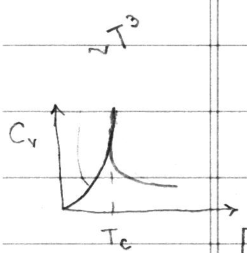




λ линија
прелаза II врсте

1. „плитак" међуатомски потенцијал

2. мала m, $\lambda_T \sim \frac{1}{\sqrt{mT}}$ мора QM!



3. не кристалише, оцена E_{ZPE} је велика (~ 70K) ако претпоставимо кристал

4. λ прелаз је описује ефективно XY моделом (у He II је уређена фаза)

$C_v = C(T) + A_\pm |T-T_c|^{-\alpha}$, $\alpha = -0.009$

(Ђ) Вортексне ексцитације

(а) BEC $N_0 \approx N$, $\Phi(\vec{x},t)$ ~ макроскопска таласна функција кондензата

и локално $\Phi(\vec{x},t) = \sqrt{\rho}\, e^{i\Theta}$, $\rho(\vec{r},t) = |\Phi|^2$, $\int |\Phi|^2 = N$

ГП: $$i\hbar \frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2 \vec{\nabla}^2}{2m} + V_{ext} + g|\Phi|^2\right]\Phi$$

$$i\hbar \frac{\partial |\Phi|^2}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\Phi^* \vec{\nabla}^2 \Phi - (\vec{\nabla}^2 \Phi^*)\cdot\Phi\right)$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}\left(\Phi^* \vec{\nabla}\Phi - (\vec{\nabla}\Phi^*)\cdot\Phi\right)$$

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0$ где $\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi}\left(\Phi^*\vec{\nabla}\Phi - (\vec{\nabla}\Phi^*)\Phi\right)$

$$= \frac{\hbar}{m}\rho\,\vec{\nabla}\Theta$$

$$\Rightarrow \vec{v}_s = \frac{\hbar}{m}\vec{\nabla}\Theta$$

(б) $\vec{v}_s = \frac{\hbar}{m}\vec{\nabla}\Theta$

$\vec{\nabla}\times\vec{v}_s = 0$

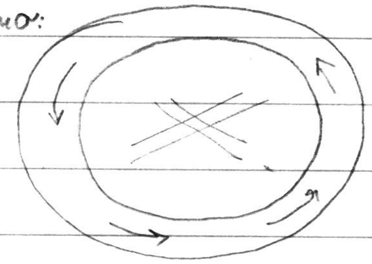
(ротација крутог тела $\vec{\nabla}\times\vec{v} = \vec{\nabla}\times(\vec{\omega}\times\vec{r}) = 2\vec{\omega}$)

без ротације:

циркулација = 0

нигде нарочито унутра (униформна течност)

ако ипак успоставимо:



$\oint \vec{v}_s\, d\vec{l} = n\frac{h}{m}$ из једнозначности м. таласне функције

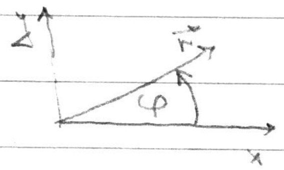
⇒ квантизација циркулације

(в) али како уносимо ротацију у систем?

⇒ Вортексне ексцитације

претпоставимо симетрију дуж z осе

$\lim_{|\vec{r}|\to\infty}\Phi(\vec{r},t) = \sqrt{\rho}\, e^{in\varphi}$ n-цео број



$\vec{v}_s = n\frac{\hbar}{m}\frac{1}{r}\hat{e}_\varphi$ n – „тополошки број"

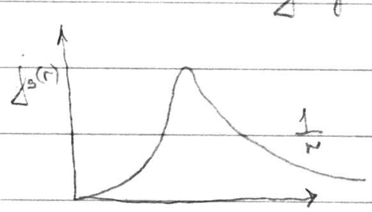
$n\varphi \to n\varphi + \chi(\vec{r})$

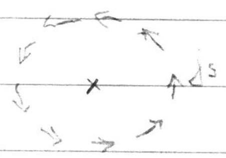
једнозначна, континуална

за $r\to 0$ сингуларитет $\to \rho(\vec{r}) = 0$

$\vec{v}\to\vec{v}'$ $n' = n$

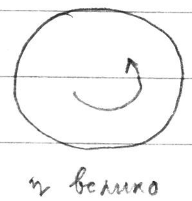
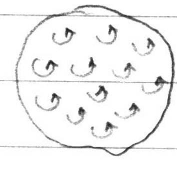
(циркулација остаје иста)





$E_k \sim L\int|\vec{v}_s(r)|^2 d^2\vec{r} \sim L\, n^2 \ln\frac{R}{\ell}$

у неутралном СФ кад $R\to\infty$ усамљен вортекс није могућ

 → 

n велико

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Stone, The physics of quantum fields
2. J. Annett, Superconductivity, Superfluids, and Condensates
3. S. Girvin, arXiv: cond-mat/9907002, The QHE: Novel excitations and broken symmetries (Feynman-ов опис ^{4}He екситационог спектра)

Задаци

V. 1. (12). Доказати да за кохерентна стања важи:

$$|\langle \phi' | \phi \rangle|^2 = e^{-V|\phi'-\phi|^2} |\langle \{\vec{p} \neq 0\} | \{\vec{p} \neq 0\} \rangle|^2.$$

V. 2. (13). Решавањем Грос-Питаевски једначине,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + g(|\Psi|^2 - n_0) \right] \Psi, \quad \text{са } \Psi = \sqrt{n_0} + \eta,$$

описати звучни талас разређеног Босе гаса.

V. 3. (14). Доказати да важи

$$S(k) = \frac{1}{N} \langle \Psi_0 | \hat{\rho}_{-k} \hat{\rho}_k | \Psi_0 \rangle \approx \frac{N_0}{N} \frac{\epsilon(k)}{E(k)}$$

где $\epsilon(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ и $E(k) = \sqrt{(\epsilon(k)+\mu)^2 - \mu^2}$, $\mu = \lambda n_0$, примењујући Богољубов апроксимацију у изразима за $\hat{\rho}_k = \sum_q a^+_{q+k} a_q$.