IV (Д) Магнетизам

- Ограничавамо дискусију на спински магнетизам конкретно феромагнетни Хајзенбергов модел као основни пример „спонтаног нарушења симетрије" са нарушавањем континуалне симетрије.

- Ферми статистика која подразумева постојање спина (нецелобројног) у присуству интеракције може довести до поларизације спина

- Како спин улази у нерелативистичку КМ?

Дираков Хамилтонијан када $E - mc^2 \ll mc^2 \Rightarrow$

$$H = \frac{\left(\vec{p} - \frac{e}{c}\vec{A}\right)^2}{2m} \underbrace{- \frac{e\hbar}{2mc}\vec{\sigma}(\vec{\nabla}\times\vec{A})}_{-\vec{\mu}_s \vec{B} \,=\, \text{Zeeman-ов члан}}$$

$$\vec{\mu}_s = -\underbrace{\frac{e\hbar}{2mc}}_{\text{Bohr-ов магнетни моменат}}\left(g\frac{\vec{S}}{\hbar}\right) \quad ; \quad g = 2, \; \vec{S} = \frac{\hbar}{2}\vec{\sigma}$$

- више честица: $\hat{H}_Z \sim \sum_i \vec{s}_i \vec{B}$

ако за основно стање $|\Psi_0\rangle : \langle \vec{S}_i \rangle \neq 0$

за идентичне честице или за транслаторно инваријантни проблем на решетки: i је било која честица или чвор

$\Rightarrow$ симетрија $SO(3)$ је нарушена тј симетрија: $R_{lm}\langle S^l\rangle = \langle S^m\rangle$!

⇒ магнетизација $\vec{M} = -\frac{1}{N}\frac{\partial F}{\partial \vec{B}}$

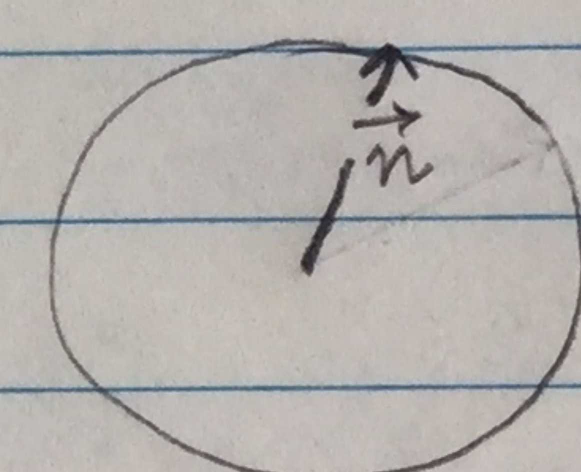
– може имати порекло и у орбиталном кретању

(а) Замислимо да су електрони локализовани на чворовима решетке и поседују само степен слободе спина:

$$\hat{H} = \underbrace{-\frac{J}{2}\sum_{i,j=1}^{N} \vec{S}_i \vec{S}_j}_{\text{Хајзенбергов Хамилтонијан}} + \frac{\mu_B g}{\hbar}\sum_{i} \vec{S}_i \vec{B}$$

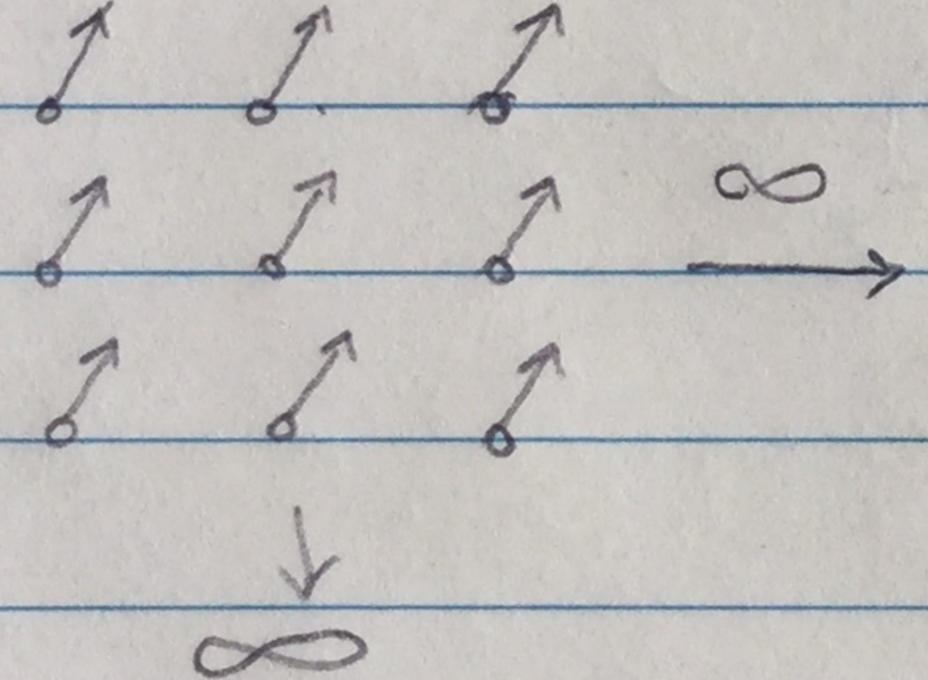
само најближи суседи интерагују

$|\chi\rangle$ – стање спина ⇒ $\langle \chi | \vec{\sigma} | \chi \rangle = \vec{n}$:



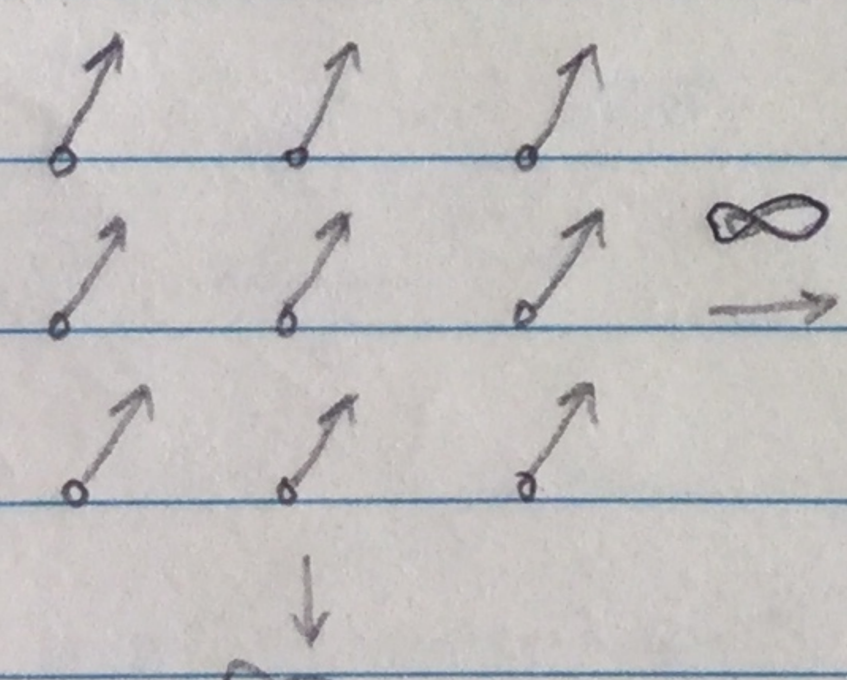
$\boxed{\text{спонтано нарушење симетрије:}}$

(I) $\vec{B}$



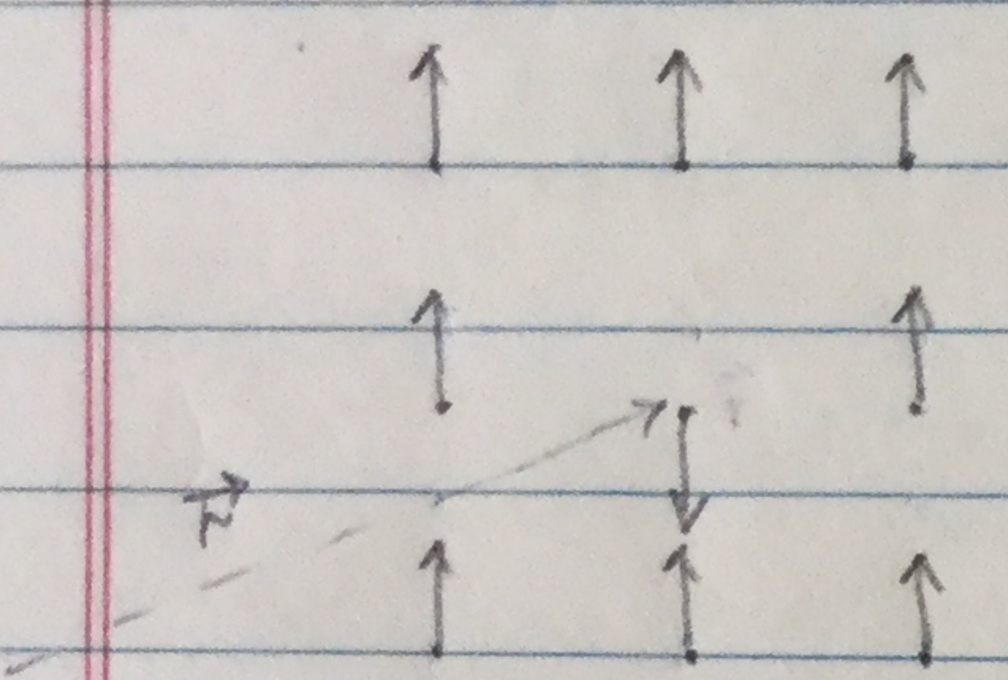
претпоставимо систем у термодинамичком лимиту

(II) $\vec{B} = 0$



систем има поларизацију фиксирану (заробљену) у једном правцу после искључења магнетног поља

Спонтано нарушена симетрија је континуална и у том случају нарушење прати постојање тзв. Голдстонових мода: мода без енергетског процепа у случају интеракција (J) кратког домета (б) спински таласи – Голдстонова мода



N – број чворова

$$\hat H_H = -\frac{J}{2}\sum_{i,j=1}^{N}\left(S_z^i S_z^j + \frac{S_+^i S_-^j + S_-^i S_+^j}{2}\right)$$

$$\hat H_H |\uparrow\uparrow\uparrow\dots\rangle = E_0 |\uparrow\uparrow\uparrow\dots\rangle$$

енергија ексцитације у односу на основно стање

исти суседи

број суседа

$$\hat H_H |\uparrow\uparrow\uparrow\underset{\vec r}{\downarrow}\uparrow\dots\rangle = \left(E_0 + Z\cdot\left(-\frac{J}{2}\right)\frac{2(-2)}{4}\right)|\uparrow\uparrow\uparrow\downarrow\uparrow\dots\rangle$$

$$+\left(-\frac{J}{2}\right)\frac{2}{2}\sum_{\vec s_r}|\uparrow\uparrow\uparrow\underset{\vec s_r}{\downarrow}\uparrow\dots\rangle$$

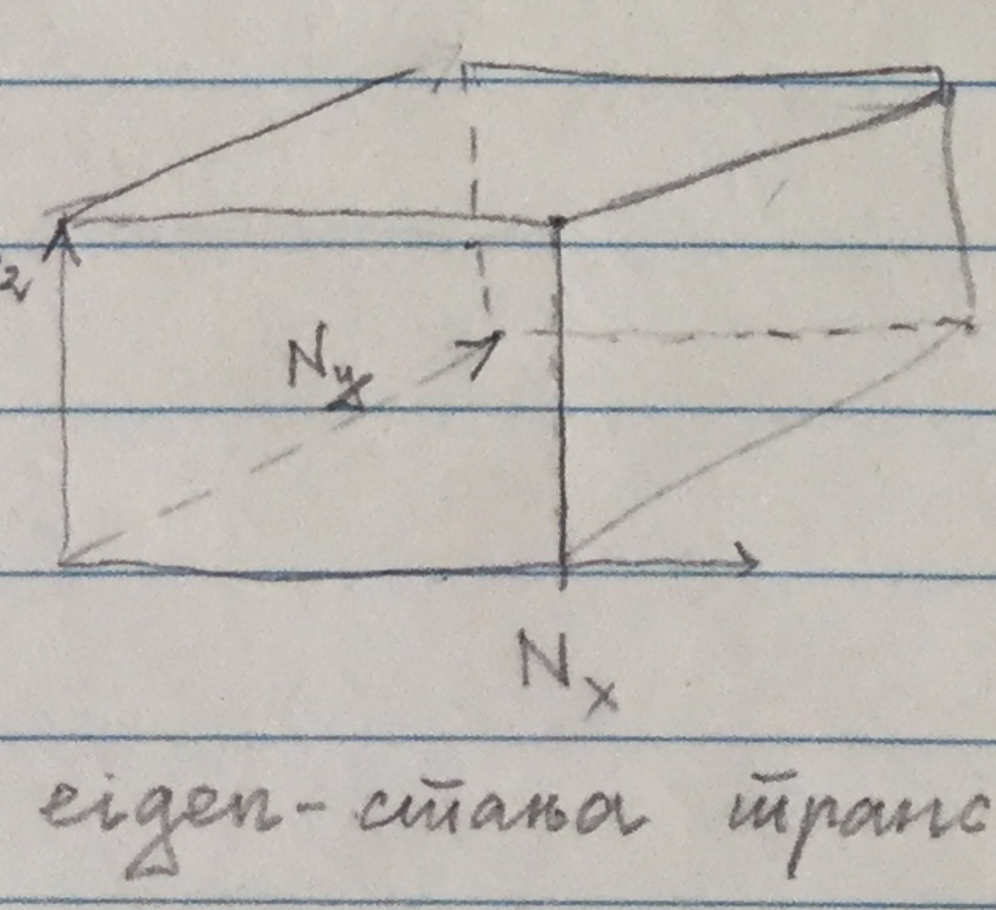
по суседима $\vec r$

Уведимо стања

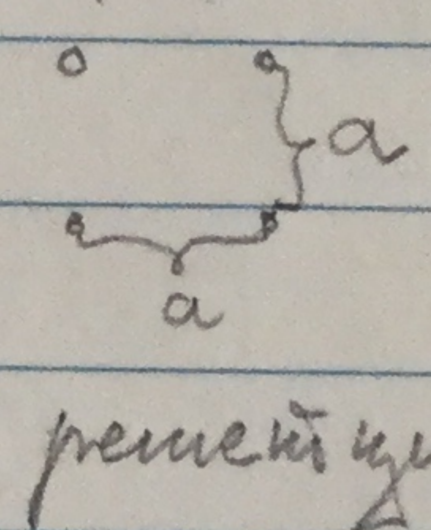
$$|\vec k\rangle = \frac{1}{\sqrt N}\sum_{\vec r} e^{i\vec k\vec r}|\uparrow\uparrow\uparrow\underset{\vec r}{\downarrow}\uparrow\dots\rangle$$

$$\vec k = \left(n_x\frac{2\pi}{N_x a}, n_y\frac{2\pi}{N_y a}, n_z\frac{2\pi}{N_z a}\right)$$

систем:



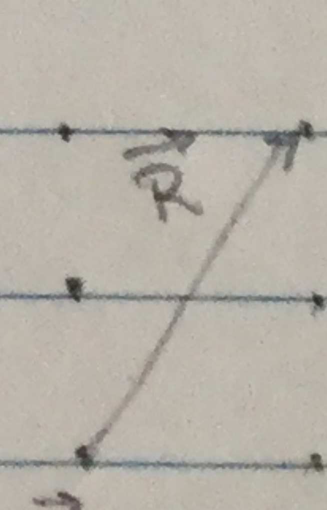
a – растојање између чворова



стања су eigen-стања транслације на решетци:

$$T_{\vec R}|\vec k\rangle = e^{-i\vec k\vec R}|\vec k\rangle$$

где $T_{\vec R}|\vec r\rangle = |\vec r + \vec R\rangle$



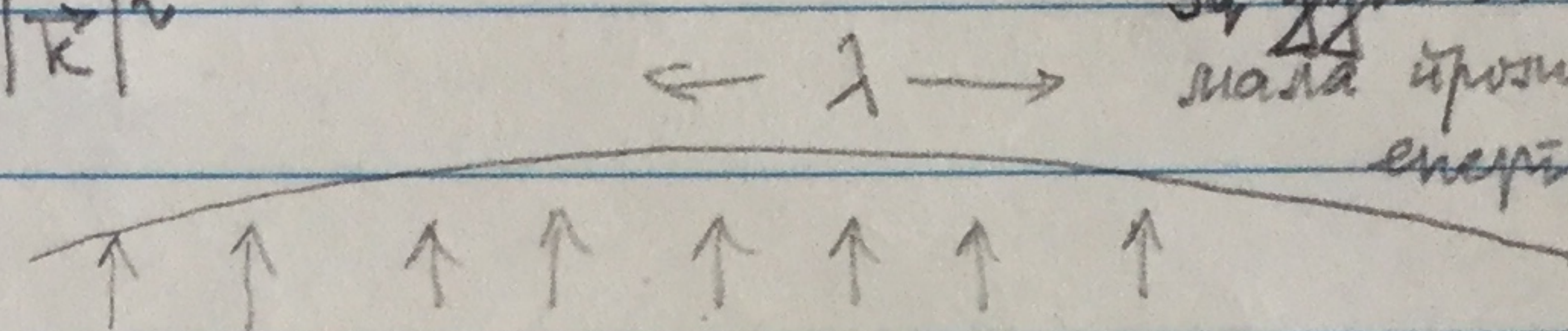
$\Rightarrow$

$$H_H = \left(E_0 + \frac{J}{2} Z\right)|\vec{k}\rangle - \frac{J}{2}\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\vec r}\left(\sum_{\vec s_r} e^{-i\vec k \vec s_r}\right) e^{i\vec k(\overbrace{\vec r + \vec s_r}^{\vec r'})} |\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\underset{\vec r'}{\downarrow}\uparrow\dots\rangle$$

сума по најближим суседима

$$= \left(E_0 + \underbrace{\frac{J}{2} Z\left(1 - \frac{\sum'_{\vec s} e^{-i\vec k \vec s}}{Z}\right)}_{\sim |\vec k|^2}\right)|\vec k\rangle$$

за дуге таласе мала промена енергије



(1) без енергетског процепа ($N \to \infty$) "gapless"

$\equiv$ Голдстонова мода = спински талас

(Голдстонове моде су најчешће линеарне а ово је посебан случај када параметар уређења: $\frac{\sum \vec S_i}{N}$ комутира са $\hat H$).

(2) претпоставили смо интеракције кратког домета, за интеракције дугог домета Голдстонова мода може добити енергетски процеп ("gap").